Syrian Arab Republic
Al-wataniya Private University
Hama

الجمهورية العربية السورية
الجامعة الوطنية الخاصة
حماه

حساب وتصميم
المنشآت البيتونية المسلحة (3)

مهندس الرأي، الأستاذ الدكتور أحمد عبود*

الجوائز المستمرة (3)
طريقة معادلة العزوم الثلاثة (كلابيرون)

كلمات مفتاحية: جوائز مستمرة، مغلف العزم ، طريقة المرونة، طريقة اللدونة، مفاصل لدنة، كلابيرون.

- أستاذ الهندسة الإنشائية في الجامعة الوطنية الخاصة – حماه – الجمهورية العربية السورية.
- Professor of Structural Engineering at the National Private University - Hama - Syrian Arab Republic.

Syrian Arab Republic
Al-wataniya Private University
Hama

الجمهورية العربية السورية
الجامعة الوطنية الخاصة
حماه

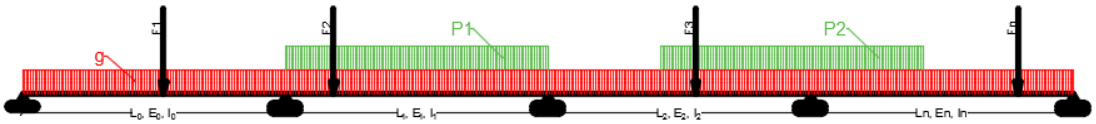
الجوائز المستمرة (3)

طريقة معادلة العزوم الثلاثة (طريقة كلابيرون)

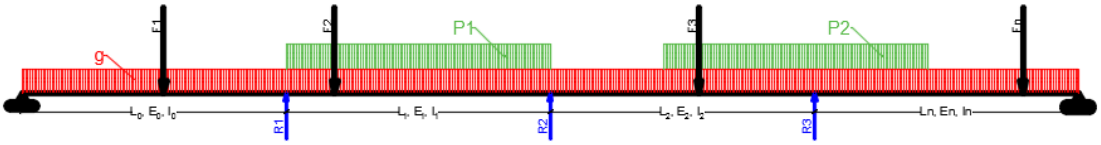
أولاً : مبدأ الطريقة.

نوضح مبدأ الطريقة من خلال المثال التالي:

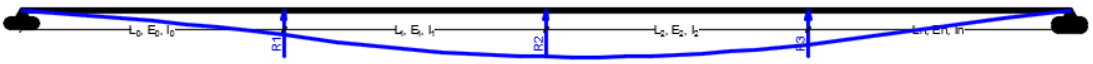
لدينا جائز مستمر مؤلف من n فتحة ومحمل بحمولات مختلفة ومتنوعة.



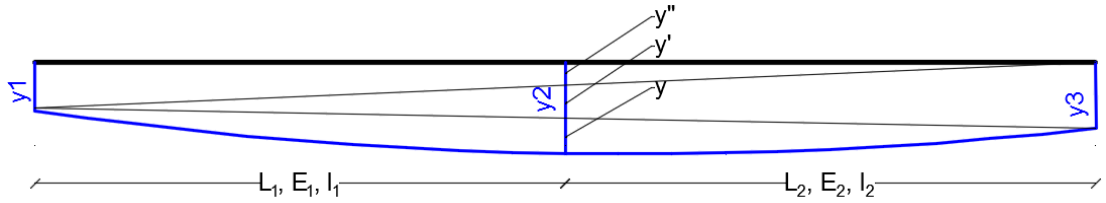
انه منشأة غير مقررة من الدرجة الثالثة. ولحله بطريقة المرونة يتم تقريره عادة على الشكل التالي:



ويتم رسم منحني الخط المرن له على الشكل التالي:



ندرس الجزء منه الواقع بين المساند الثلاثة 1 و 2 و 3 . ويكون انتقالها y3 , y2 , y1 على الترتيب.



وتكون الحالة الإجهادية ناتجة عن الانتقال التفاضلي y حيث :

$$y = y2-y'-y''$$

ومن تشابه المثلثات يكون:

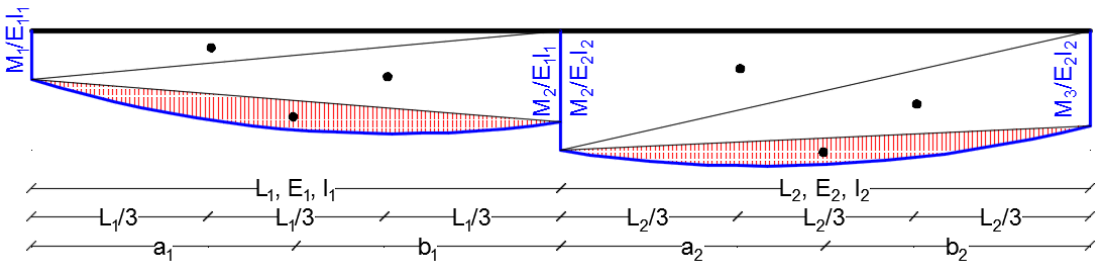
$$y = y2-y1.L2/(L2+L1) - y3.L1/(L2+L1) \qquad (1)$$

من ناحية أخرى فإن الانتقال يساوي تكامل ثنائي للعزم مقسوما على EI , أي :

$$y= \iint (M/EI)\ dx,$$

وقد قام المهندس Clapeyron عام 1857 بإجراء هذا التكامل بيانياً على الشكل التالي:

- أستاذ الهندسة الإنشائية في الجامعة الوطنية الخاصة – حماه – الجمهورية العربية السورية.
- Professor of Structural Engineering at the National Private University - Hama - Syrian Arab Republic.



$$y = \frac{1}{2}\cdot\frac{M_1L_1}{E_1I_1}\cdot\frac{L_1.L_2}{3(L_1+L_2)} + \frac{1}{2}\cdot\frac{M_2L_1}{E_1I_1}\cdot\frac{2.L_1.L_2}{3(L_1+L_2)} + \frac{A_1}{E_1I_1}\cdot\frac{a_1.L_2}{(L_1+L_2)} + \frac{1}{2}\cdot\frac{M_2L_2}{E_2I_2}\cdot\frac{2.L_1.L_2}{3(L_1+L_2)} + \frac{1}{2}\cdot\frac{M_3L_2}{E_2I_2}\cdot\frac{L_1.L_2}{3(L_1+L_2)} + \frac{A_2}{E_2I_2}\cdot\frac{a_2.L_1}{(L_1+L_2)}$$

حيث: A1مساحة مخطط العزم للجائز البسيط L1 و a1 بعد مركز ثقله عن المسند 1.

A2 مساحة مخطط العزم للجائز البسيط L2 و a2 بعد مركز ثقله عن المسند 3.

بالتعويض في العلاقة السابقة (1) يكون:

$$y = \frac{1}{2}\cdot\frac{M_1L_1}{E_1I_1}\cdot\frac{L_1.L_2}{3(L_1+L_2)} + \frac{1}{2}\cdot\frac{M_2L_1}{E_1I_1}\cdot\frac{2.L_1.L_2}{3(L_1+L_2)} + \frac{A_1}{E_1I_1}\cdot\frac{a_1.L_2}{(L_1+L_2)} + \frac{1}{2}\cdot\frac{M_2L_2}{E_2I_2}\cdot\frac{2.L_1.L_2}{3(L_1+L_2)} + \frac{1}{2}\cdot\frac{M_3L_2}{E_2I_2}\cdot\frac{L_1.L_2}{3(L_1+L_2)} + \frac{A_2}{E_2I_2}\cdot\frac{a_2.L_1}{(L_1+L_2)} = y_2 - y_3\cdot\frac{L_1}{(L_1+L_2)} - y_1\cdot\frac{L_2}{(L_1+L_2)}$$

نفرض عامل المرونة E ثابت على جميع الفتحات. ونصلح العلاقة بضربها بالمقدار 6E(L1+L2)/(L1.L2)

فيكون :

$$y = \frac{M_1L_1}{I_1} + 2M_2\left(\frac{L_1}{I_1} + \frac{L_1}{I_1}\right) + \frac{M_3L_2}{I_2} = -\left(\frac{6A_1a_1}{I_1L_1} + \frac{6A_2a_2}{I_2L_2}\right) + \frac{6E}{L_1}(y_2 - y_1) + \frac{6E}{L_2}(y_2 - y_3)$$

وهذ ما يسمى بمعادلة العزوم الثلاثة أو طريقة كلابيرون.

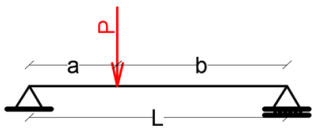
في الجدول التالي يبين قيمة A و a لكل حالة تحميل (مساحة مخطط العزم وبعد مركز ثقله عن المسند الطرفي الموافق) :

- أستاذ الهندسة الإنشائية في الجامعة الوطنية الخاصة – حماه – الجمهورية العربية السورية.
- Professor of Structural Engineering at the National Private University - Hama - Syrian Arab Republic.

Syrian Arab Republic
Al-wataniya Private University
Hama

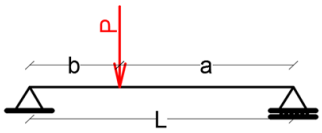
الجمهورية العربية السورية
الجامعة الوطنية الخاصة
حماه

شكل التحميل	المجاز اليساري	



$$\frac{6A_1a}{L_1I_1} = \frac{P_1a(L_1^2-a^2)}{I_1L_1} = \frac{3PL^2}{8I_1}\ ;\ a=b$$

شكل التحميل		المجاز اليميني



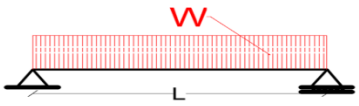
$$\frac{6A_2a_2}{L_2I_2} = \frac{P_2b_2(L_2^2-a^2)}{I_2L_2} = \frac{3PL^2}{8I_2}\ ;\ a=b$$

في الجدول التالي يبين قيمة

$6\ A2a2/(L2.I2)\ ,\ 6A1a1/(L1.I1)$

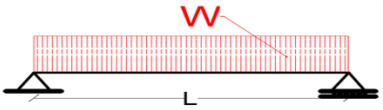
لكل حالة تحميل :

شكل التحميل	المجاز اليساري	



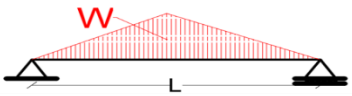
$$\frac{W_1.L_1^3}{4I_1}$$

شكل التحميل		المجاز اليميني



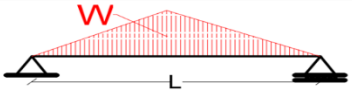
$$\frac{W_2.L_2^3}{4I_2}$$

شكل التحميل	المجاز اليساري	



$$\frac{3W_1.L_1^3}{32I_1}$$

شكل التحميل		المجاز اليميني

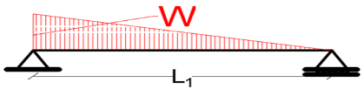


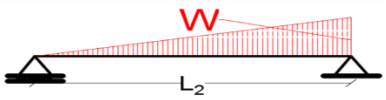
$$\frac{3W_2.L_2^3}{32I_2}$$

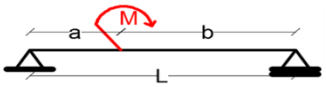
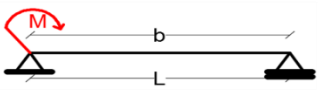
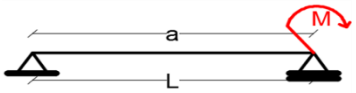
- أستاذ الهندسة الإنشائية في الجامعة الوطنية الخاصة – حماه – الجمهورية العربية السورية.
- Professor of Structural Engineering at the National Private University - Hama - Syrian Arab Republic.

Syrian Arab Republic
Al-wataniya Private University
Hama

الجمهورية العربية السورية
الجامعة الوطنية الخاصة
حماه

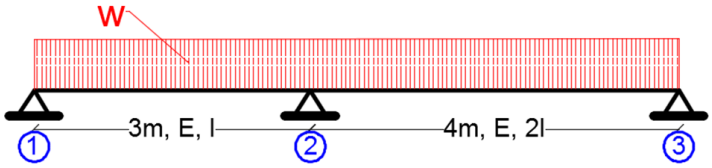
شكل التحميل	المجاز اليساري	
	$\frac{7W_1.L_1^3}{60I_1}$	

شكل التحميل		المجاز اليميني
		$\frac{2W_2.L_2^3}{15I_2}$

شكل التحميل	المجاز اليساري	
	$-M.L\{1-3(a/L)^2\}$	$+M.L\{1-3(b/L)^2\}$
$a=b$	$-M.L/4$	$+M.L/4$
	$-M.L/6$	$+2M.L/6$
	$-2M.L/6$	$+M.L/6$

مثال (1)

أرسم مخطط عزوم الانعطاف للجائز المبين أدناه :



$$\frac{M_1L_1}{I_1}+2M_2\left(\frac{L_1}{I_1}+\frac{L_2}{I_2}\right)+\frac{M_3L_2}{I_2}=-\left(\frac{6A_1a_1}{I_1L_1}+\frac{6A_2a_2}{I_2L_2}\right)+\frac{6E}{L_1}(y_2-y_1)+\frac{6E}{L_2}(y_2-y_3)$$

$M_1=M_3=0$ $\quad y_1=y_2=y_3=0$ $\quad L_1=3m, L_2=4m$ $\quad I_1=I, I_2=2I$

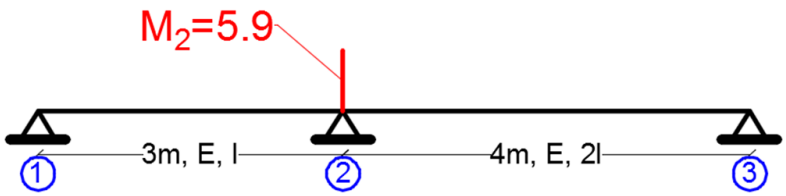
نعوض في المعادلة الأساسية

$$2M_2\left(\frac{3}{1}+\frac{4}{2}\right)=-\left(\frac{W_1.L_1^3}{4I_1}+\frac{W_2.L_2^3}{4I_2}\right)\rightarrow 10M_2=-\left(\frac{4*3^3}{4}+\frac{4*4^3}{4*2}\right)\rightarrow 10M_2=-(27+32)\rightarrow$$

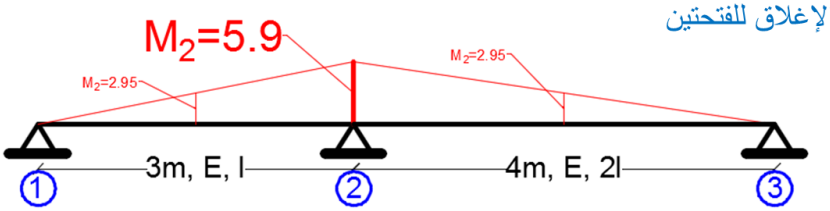
$$10M_2=-59\rightarrow$$

$$M_2=-5.9$$

- أستاذ الهندسة الإنشائية في الجامعة الوطنية الخاصة – حماه – الجمهورية العربية السورية.
- Professor of Structural Engineering at the National Private University - Hama - Syrian Arab Republic.

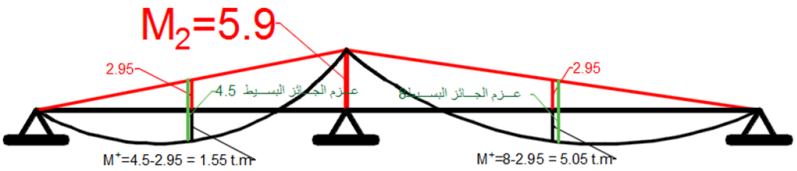


نرسم خط الإغلاق للفتحتين

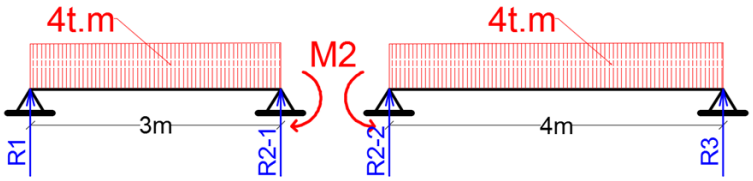


نحسب عزم الجائز البسيط $M_1 = \frac{W_1.L_1^2}{8} = \frac{4.3^2}{8} = 4.5\ t.m$ $M_2 = \frac{W_2.L_2^2}{8} = \frac{4.4^2}{8} = 8\ t.m$

نجمع عزم الجوائز البسيطة مع مخطط خط الإغلاق:



لحساب ردود الأفعال نقسم الجائز الى جائزين بسيطين كما يلي :



$$R_1 = \frac{W_1.L_1}{2} - M_2/L_1 = \frac{4*3}{2} - \frac{5.9}{3} = 6\text{-}1.97 = 4.03\ t$$

$$R_{2-1} = \frac{W_1.L_1}{2} + M_2/L_1 = \frac{4*3}{2} + \frac{5.9}{3} = 6\text{+}1.97 = 7.97\ t$$

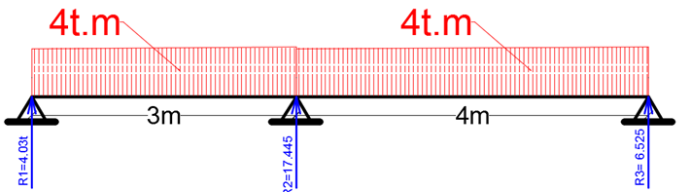
$$R_{2-2} = \frac{W_2.L_2}{2} + M_2/L_2 = \frac{4*4}{2} + \frac{5.9}{4} = 8\text{+}1.475 = 9.475\ t$$

$$R_2 = R_{2-1} + R_{2-2} = 7.97 + 9.475 = 17.445\ t$$

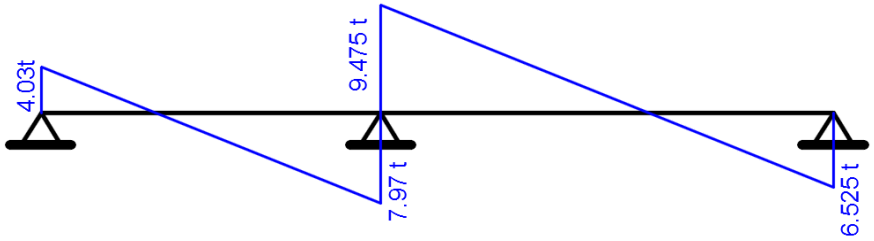
$$R_3 = \frac{W_2.L_2}{2} - M_2/L_2 = \frac{4*4}{2} - \frac{5.9}{4} = 8\text{-}1.475 = 6.525\ t$$

فنحصل على مخطط ردود الأفعال كما يلي :

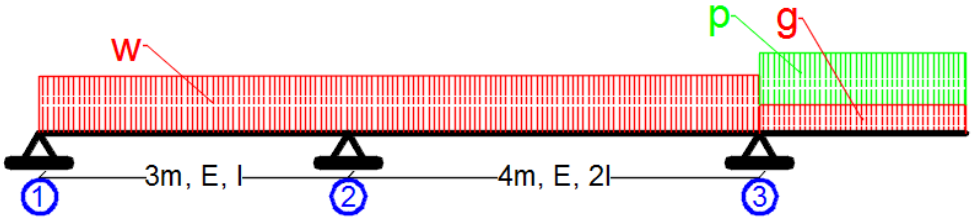
- أستاذ الهندسة الإنشائية في الجامعة الوطنية الخاصة – حماه – الجمهورية العربية السورية.
- Professor of Structural Engineering at the National Private University - Hama - Syrian Arab Republic.



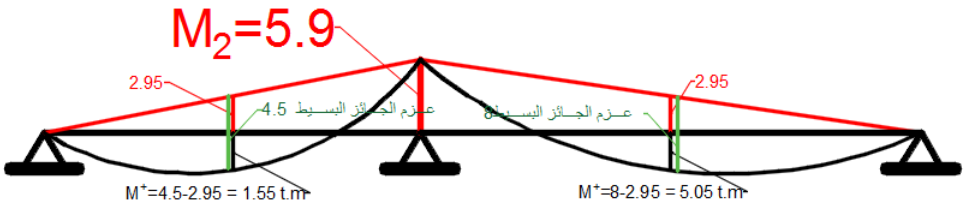
ونرسم مخطط قوى القص كمايلي :



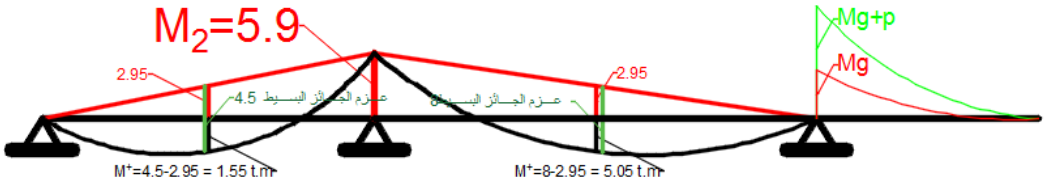
<u>في حالة وجود ظفر:</u>



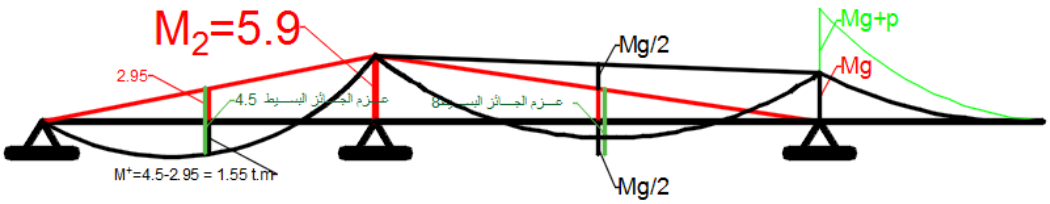
نتجاهل وجود الظفر ونعالج الجائز حتى الوصول الى مخطط العزم.



ونعيد الظفر الى مكانه بعد رسم مخطط العزم للحمولات الميتة وللحمولات الكلية.



نعدل مخطط العزم بما يتناسب مع خط الإغلاق للحمولات الميتة فقط .



- أستاذ الهندسة الإنشائية في الجامعة الوطنية الخاصة – حماه – الجمهورية العربية السورية.
- Professor of Structural Engineering at the National Private University - Hama - Syrian Arab Republic.