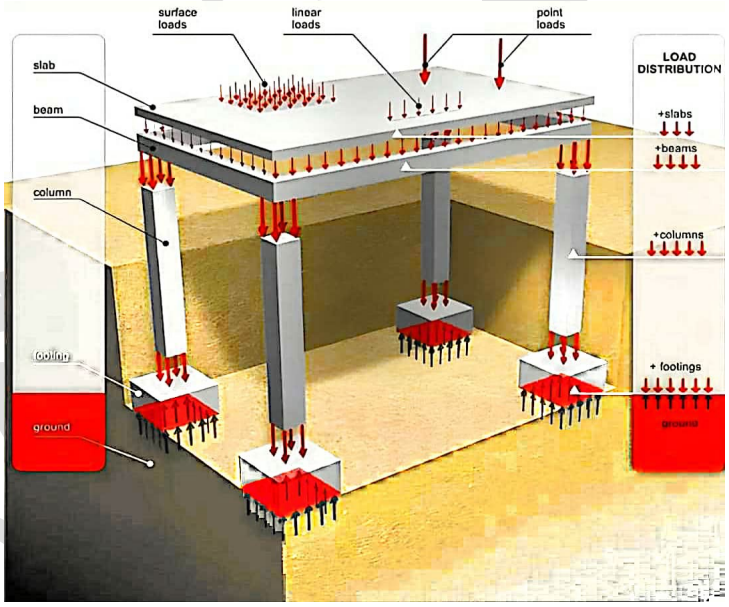
دراسة الأعمدة الطويلة (الجزء الأول)

Study of Long Columns (Prat 1)

د. م منار تقلا

١- مقدمة:

الأعمدة هي العناصر الخطية الشاقولية وظيفتها في المنشأة الهندسية نقل الحمولات الشاقولية من طوابق البناء إلى الأساس. ويسمى العنصر عموداً إذا كان يتعرض لقوة ضاغطة بالاتجاه الطولي، وكان طوله وفق منحى القوة لا يقل عن خمسة أمثال البعد الأصغر لمقطع العرضي، ويكون التسليح الرئيسي باتجاه هذه الأحمال مع وضع تسليح عرضي مناسب.



الشكل (1): نقل الحمولات المطبقة على المنشأة من الأعمدة للأساس

٢- تصنيف الأعمدة:

يتم تصنيف الأعمدة إلى:

١- أعمدة قصيرة لا تخضع لأثر التحنيب (انحراف العمود عن محوره الشاقولي).

٢- أعمدة طويلة حيث يعتبر العمود بأنه طويل (نحيف) إذا كانت أبعاد مقطعه صغير بالنسبة لطوله، ويحدد ذلك من خلال تعيين نسبة النحافة (Slenderness ratio) وهي النسبة $(\frac{k.l_u}{i})$.

حيث:

l_u: الطول الحر للعمود أو الطول غير المقيد للعمود من وجه الاستناد لوجه الاستناد.

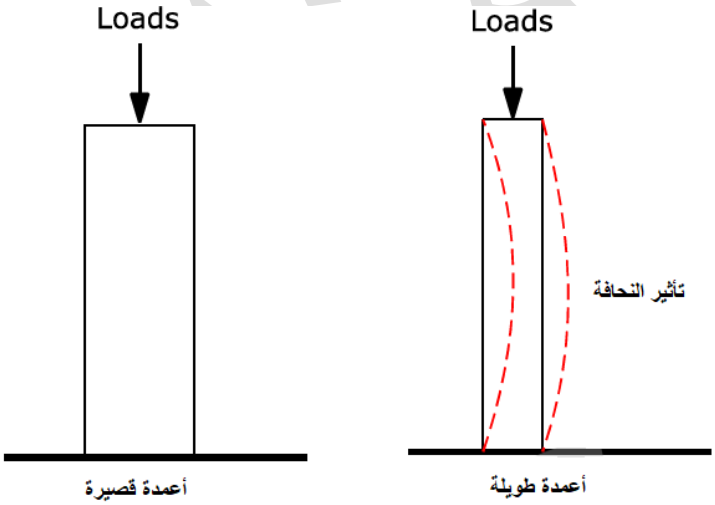
k: معامل الطول المكافئ أو معامل الطول الفعال.

i: نصف قطر العطالة (نصف قطر التدوير) ((Radius of Gyration، ويساوي $\sqrt{\frac{I}{A}}$. إذ إن

I: عزم العطالة للمقطع.

A: مساحة المقطع.

يبين الشكل (2) نموذج لعمود طويل وآخر قصير، حيث أن العمود القصير يصمم وفقاً لحمولة الضغط المطبقة p، بينما العمود القصير يصمم وفقاً لحمولة الضغط p إضافة إلى العزم الإضافي الناتج عن التحنيب (Buckling)، حيث تكون قيمة العزم أعظمية في منتصف العمود.



الشكل (2): الأعمدة الطويلة والأعمدة القصيرة

بالنسبة للمقاطع الدائرية والمربعة فإن (i) يكون متساوياً بالاتجاهين، أما للمقاطع المستطيلة فيكون كبيراً بالنسبة للمحور الرئيسي وقليلاً للمحور الثانوي، وبالتالي فإن (i) بالاتجاه الضعيف هو الذي يؤخذ بعين الاعتبار أنه غير مسنود، أما في حالة العمود مسنداً بأحد الاتجاهين، في هذه الحالة يحسب (i) بالاتجاهين ونأخذ الأصغر لأنه يعطي أكبر نسبة نحافة. إن العمود ذو نسبة النحافة العالية ينهار عند حمولة ضاغطة أقل من العمود القصير الذي له نفس أبعاد المقطع ما لم يكن العمودان لهما طول أقل من الحد اللازم الذي يبدأ عنده تأثير النحافة.

فالعمود الذي له نسبة نحافة قليلة والمحمل محورياً ينهار بتحطم الخرسانة ووصول الإجهادات في فولاذ التسليح لحد الخضوع، أما العمود الطويل ذو نسبة النحافة العالية يحدث له انبعاج (Buckling)، قبل تحطم الخرسانة وبذلك فهو ينهار تحت تأثير حمولة أقل من العمود القصير بالرغم من تساوي أبعاد المقطعين والتسليح المستخدم. وذلك بسبب الإجهادات الإضافية الناتجة عن الزيادة في العزم بسبب الانبعاج وبالتالي يكون هناك تأثير مزدوج للقوة المحورية وعزم الانعطاف.

تم اشتقاق معادلة الحمل المحوري اللازم لانبعاج العمود المحوري من قبل العالم (Euler)، حيث وجد أن الحمل المحوري اللازم لانبعاج العمود المقيد ضد الإزاحة الجانبية:

$$P_{cr}= \frac{\pi^2 EI}{l^2} \qquad (1)$$

P_{cr}: حمولة الانبعاج (الحمولة الحرجة).

E: معامل مرونة الخرسانة.

I: عزم العطالة حول محور الانبعاج.

l: الطول غير المسند للعمود.

ولدينا $\sigma = \frac{p}{A}$

وبالتالي:

$$\sigma = \frac{\pi^2 EI}{A \times l^2} \qquad (2)$$

ولكن $i^2 = \frac{I}{A}$

فتصبح العلاقة (2) كالتالي:

$$\sigma = \frac{\pi^2 E i^2}{l^2} = \frac{\pi^2 E}{\left(\frac{l}{i}\right)^2} \qquad (3)$$

حيث:

σ: إجهاد الضغط عن انهيار الانبعاج.

$\frac{l}{i}$: نسبة النحافة.

المعادلات السابقة صحيحة في حالة العمود المفصلي (Hinged)، والمقيد ضد الإزاحة الجانبية. أما لباقي الأعمدة فإن حمولة الانبعاج تعتمد على أسلوب تقييد العمود وعلى الإزاحة الجانبية، ويمكن أن يحسب وفق العلاقة التالية:

$$P_{cr}=\frac{\pi^2 EI}{(kl)^2} \qquad (4)$$

kl: الطول الفعال للعمود أو الطول المحوري المكافئ.

k: معامل الطول الفعال وقيمته تساوي (1) للأعمدة المتمفصلة.

٣- العلاقة المستخدمة لتحديد نسبة نحافة العمود:

لدراسة نحافة العمود وهل هو عمود طويل أم قصير يتم دراسة ذلك وفقاً لحالة المنشأ فيما إذا كان مقيد أم لا لمواجهة الإزاحة الجانبية ونميز حالتين:

١- أعمدة غير مقيدة (Unbraced) في مواجهة الإزاحة الجانبية: وبالتالي يتشكل في العمود إزاحة جانبية كبيرة ويتم إهمال تأثير النحافة واعتبار أن العمود قصير عندما تقل نسبة النحافة عن التالي:

$$\frac{k.l_u}{i} \leq 22$$

حيث:

l_u: الطول الحر للعمود أو الطول غير المقيد للعمود من وجه الاستناد لوجه الاستناد.

k: معامل الطول المكافئ أو معامل الطول الفعال.

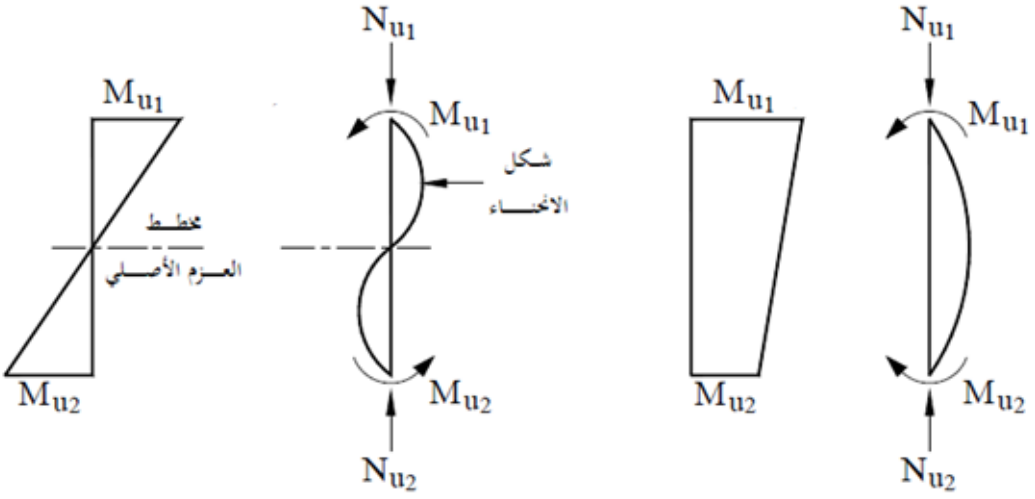
i: نصف قطر العطالة.

٢- أعمدة مقيدة (Braced) لا ينشأ فيها إزاحة جانبية حيث توجد عناصر تقاوم القوى الجانبية ومن الممكن أيضاً أن تكون صلابة الأعمدة كبيرة وبالتالي ستكون الانتقالات الجانبية صغيرة ويمكن إهمالها. وهنا تكون نسبة النحافة الواجب التحقق منها كالتالي:

$$\frac{k.l_u}{i} \leq 34+12\times\left(\frac{M_{1\,(min)}}{M_{2\,(max)}}\right) \leq 40$$

حيث:

$\frac{M_{1\,(min)}}{M_{1\,(max)}}$: هذه النسبة دائماً أصغر من 1. هذه النسبة تكون سالبة عندما يكون العمود منحنياً باتجاه واحد، وموجبة إذا كان العمود منحنياً باتجاهين كما هو مبين في الشكل (3).

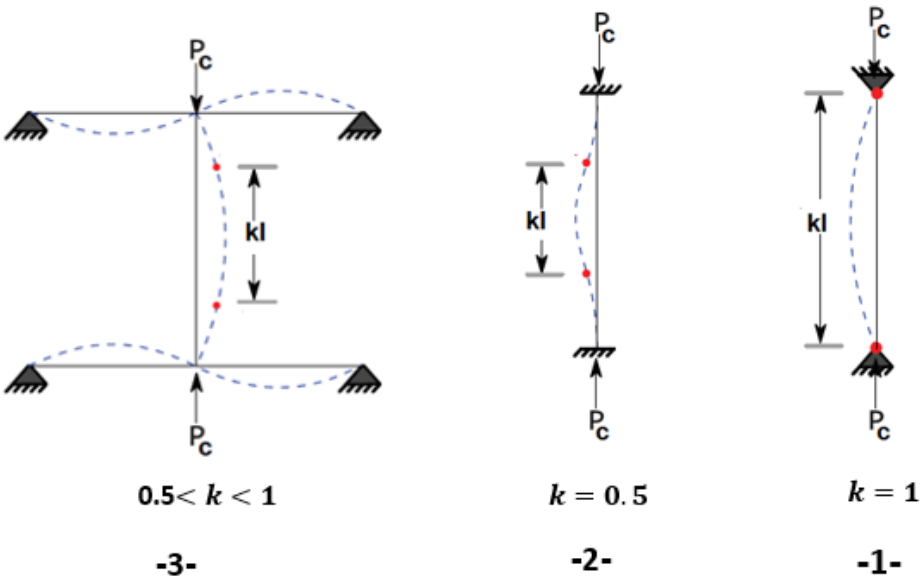


الشكل (3): عمود منحن باتجاه وآخر باتجاهين

٤- تحديد الطول الفعال:

يعتمد الطول الفعال للعمود على عاملين أساسين هما التقييد ضد الدوران والتقييد ضد الإزاحة الجانبية لنهايات العمود وبالتالي يتم تحديد الطول الفعال للعمود kl كالتالي:

١- **عندما تكون الإزاحة الجانبية مقيدة (Braced)**: أي عندما يكون المنشأ مقيد ضد الإزاحة الجانبية وذلك بوجود جدران قص (shear walls) ذات صلابة عالية، وبالتالي يتم تحديد الطول المكافئ (الفعال) كما يلي:



الشكل (4): الطول الفعال للأعمدة المسندة جانبياً

يتم اعتماد k=1 في حالة الدوران الحر للنهايات، وتعتبر هذه الحالة هي الحالة المرجعية لبقية الحالات، حيث أن المسافة بين نقاط الانقلاب لباقي الأعمدة تقارن بها للحصول على الطول الفعال. وفي حالة التقييد التام لنهايات العمود وثاقة تامة، نلاحظ أن الطول الفعال يساوي $\frac{1}{2}$ الطول الكلي أي نعتمد k=0.5 وذلك لأن نقاط الانقلاب تقع على بعد $\frac{l}{4}$ من النهايات، وبالتالي فإن حمولة الانبعاج تساوي أربعة أضعاف من قيمة حمولة الانبعاج للحالة السابقة.

إن حالتي التقييد التام للدوران والدوران الحر للعمود هي حالات نادرة في المنشآت، فعملياً يكون العمود مقيد جزئياً ضد الدوران (partially restrained)، ويعتمد التقييد على نسبة صلابة العمود (EI/L) إلى مجموع قساوات العناصر المرتبطة بالمفصل، وهذا ما تمثله الحالة الأخيرة، حيث أن نقطة الانقلاب تقع بين الحالتين السابقتين أي أن $0.5 < k < 1$. مع العلم أن الكود الأمريكي ACI318-19 حدد هذه القيمة بـ 0.7.

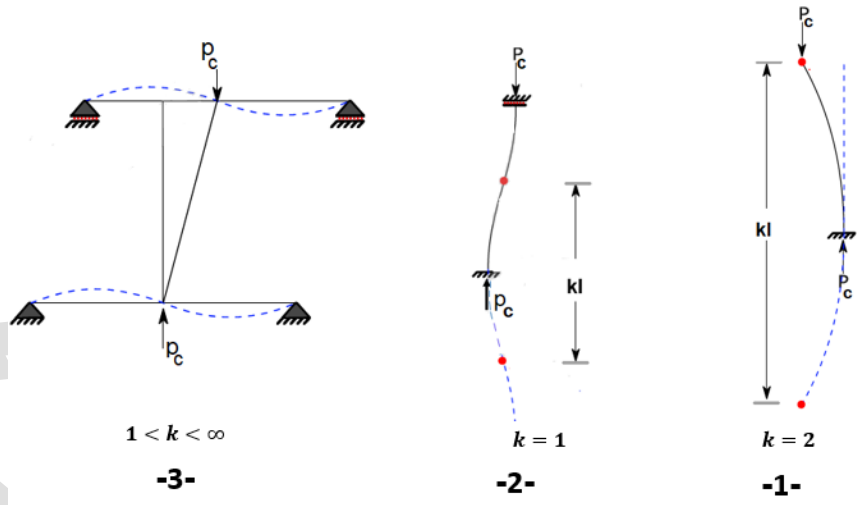
فإذا كان مجموع صلابات الجوائز المرتبطة بالعمود قليلة مقارنة مع صلابة العمود فالحالة تقترب من الحالة الأولى. وبالعكس إذا كانت كبيرة فالحالة تقترب للحالة الثانية.

بشكل عام فإن الأعمدة المقيدة ضد الإزاحة الجانبية يكون طولها الفعال kl أصغر أو يساوي l.

٢- عندما تكون الإزاحة الجانبية غير مقيدة (Unbraced):

أي عندما يكون المنشأ غير مسند ضد الإزاحة الجانبية فيحدث حركة انتقالية نسبية لنهايات العمود يمكن أن توضح بفرض أن أحد النهايات مقيد ضد الإزاحة الجانبية والثاني غير مقيد ضدها. في هذه الحالة تعتمد قيمة الطول الفعال على حالة دوران النهايات.

يوضح الشكل (5) الطول الفعال لثلاث حالات، الأولى عندما يكون العمود حر الدوران من أحد جهتيه، عندئذٍ يكون شكله المزاح مشابه للشكل المزاح من منتصف العمود (الحالة الأولى من الشكل (4)). لذلك فإن $kl = 2l$، وبالتالي فإن حمل الانبعاج يساوي $(\frac{1}{4})$ (حمل الانبعاج للحالة الأولى من الشكل (4)). أما الحالة 2 فهي تمثل كون النهايتين مقيدتين بصورة تامة ضد الدوران وعند المقارنة مع الحالة الأولى من الشكل (4)، فإن الطول الفعال $kl = l$ أي أن $k = 1$.



الشكل (5): الطول الفعال للأعمدة غير المسندة جانبياً

من المهم أن نوضح أن الأعمدة ليست حرة الدوران بشكل تام أو مقيدة بشكل تام بل هي مقيدة جزئياً بواسطة الجوائز المرتبطة بها، وهذا ما تمثله الحالة (3) من الشكل (5).

- ✓ فإذا كانت نسبة صلابة الجوائز إلى صلابة العمود كبيرة فإن العمود ينبعج بصورة مشابهة للحالة 2 من الشكل (5) حيث kl أكبر بقليل من l .

- ✓ أما إذا كانت نسبة صلابة الجوائز إلى صلابة العمود قليلة، فإن العمود يتصرف كأنه محوري النهاية من الأسفل والأعلى ومسموح له بالحركة من الأعلى أفقياً، وبالتالي فهو غير مستقر وينبعج تحت تأثير أي حمل مهما كان قليلاً ويكون طوله الفعال عندئذٍ مساوي إلى ∞.

نستنتج مما سبق:

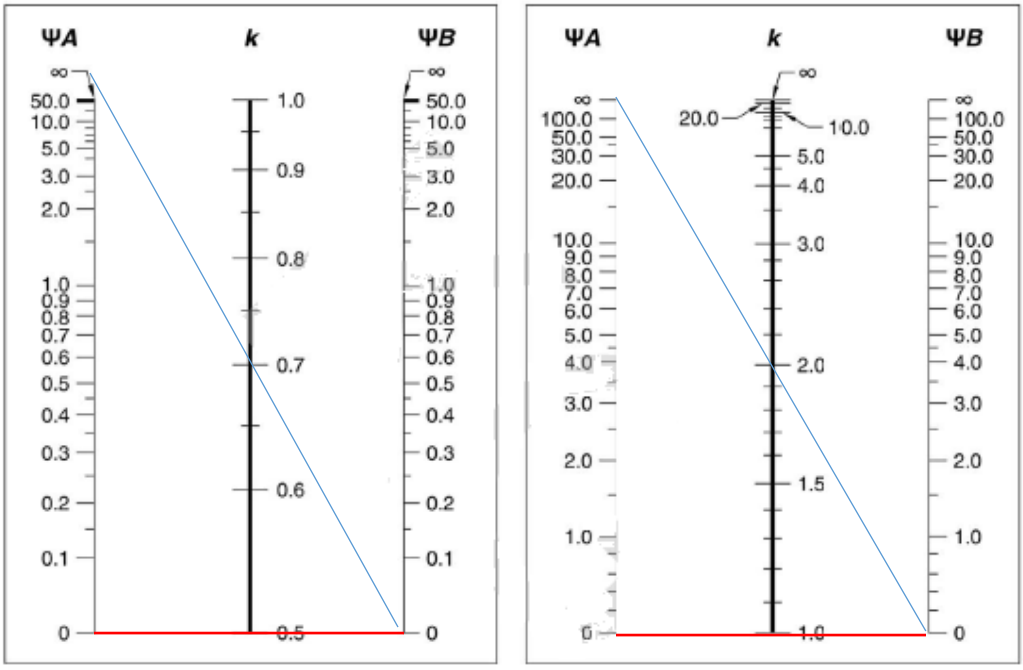
- أن الطول الفعال للأعمدة المسندة جانبياً تكون محصورة بين $0.5l < kl < l$، بالاعتماد على درجة التقييد.
- أما الأعمدة غير المسندة جانبياً فإن الطول الفعال لها يكون أكبر من l وتزداد قيمته كلما قل التقييد.

وبالتالي يمكن القول بأن حمولة الانبعاج للعناصر غير المسندة جانبياً تكون دائماً أقل منه للعناصر المسندة جانبياً.

ولا بد من الإشارة أن درجة التقييد يعبر عنها بالنسبة بين مجموع قساوات الأعمدة إلى مجموع قساوات الجوائز لنهايات العمود أي أن

$$\Psi = \frac{(\sum EI/L_c)_{column}}{(\sum EI/L_b)_{beam}}$$

إذ يتم تحديد Ψ_A ، Ψ_B لأطراف العمود المدروس، واعتماداً على درجة التقييد يمكن إيجاد معامل الطول الفعال k من الشكل (6) لحالتي المنشآت المسندة ضد الإزاحة الجانبية والمنشآت غير المسندة ضد الإزاحة الجانبية.



الشكل (6): معامل الطول الفعال k للهياكل المسندة جانبياً وغير المسندة

مثال 1:

ليكن لدينا عمود في مبنى سكني، وكانت صلابة الجائز المرتبط بالعمود عند العقدة العلوية قليلة، وعند العقدة السفلية يرتبط بجائز صلابته كبيرة والمطلوب تحديد قيمة K.

الحل: نحدد أولاً قيمتي Ψ_A ، Ψ_B كالتالي:

$$\Psi_A = \frac{\text{صلابة العمود}}{\text{صلابة الجائز}} = \frac{(\text{عدد})}{0} = \infty$$

$$\Psi_B = \frac{\text{صلابة العمود}}{\text{صلابة الجائز}} = \frac{(\text{عدد})}{\infty} = 0$$

لتحديد الثابت K نصل بين Ψ_A، و Ψ_B من مخطط الهياكل المسندة نحصل على القيمة 0.7، ومن مخطط الهياكل غير المسندة نحصل على القيمة 2. هذه الحالة كأن العمود متفصل من الأعلى أي يسمح له بالدوران، بينما من الأسفل حالة وثاقة تامة.

مثال 2:

ليكن لدينا عمود موثوق من الطرفين، أي أن صلابة الجائز كبيرة من الأعلى والأسفل. والمطلوب تحديد قيمة K.

$$\Psi_A = \frac{\text{صلابة العمود}}{\text{صلابة الجائز}} = \frac{(\text{عدد})}{\infty} = 0$$

$$\Psi_B = \frac{\text{صلابة العمود}}{\text{صلابة الجائز}} = \frac{(\text{عدد})}{\infty} = 0$$

لتحديد الثابت K نصل بين Ψ_A، و Ψ_B من مخطط الهياكل المسندة نحصل على القيمة 0.5، ومن مخطط الهياكل غير المسندة نحصل على القيمة 1.

- في حالة كان العمود متمفصل من الطرفين سنحصل على $\Psi_A = \Psi_B = \frac{\infty}{\infty} = \infty$ فتكون قيمة K من مخطط الهياكل غير المسندة مساوية $K = \infty$، بينما عند الهياكل المسندة تكون $K = 1$.

نلاحظ من جميع الأمثلة السابقة توافقها مع الشرح النظري في الفقرات السابقة.

٥- المراجع العلمية:

1- ACI 318-19, "Building Code Requirements for Structural Concrete (ACI318-19) and Commentary (ACI318R-19)", American Concrete Institute , 2019.

2- ACI 318-14, "Building Code Requirements for Structural Concrete (ACI318-14) and Commentary (ACI318R-14)", Farmington Hills: American Concrete Institute , 2014.

3- ACI 318-08,"Building Code Requirements for Structural Concrete (ACI 318-08) and Commentary," ACI, Michigan, 2008.

٤- "الكود العربي السوري لتصميم وتنفيذ المنشآت بالخرسانة المسلحة،" نقابة المهندسين السوريين ، دمشق، 2012.

٥- البيتون المسلح /1/، د. عبدالرزاق سالم: منشورات جامعة حمص، 2016.

٦- الخرسانة المسلحة1، د. غسان محمود، د. قاسم زحيلي، د. سليمان ناصيف: منشورات جامعة دمشق، 2011.